

Problema 8: Un aeromobile è in volo tra due waypoints posti sulla circonferenza massima compresa tra i punti A (lat 78° 06' N; long. 151° 54' E) e B (lat. 84° 12' N; long. 101° 48' W). Il primo waypoint si trova sul parallelo 80°N, il secondo sul meridiano 140°W.

L'aeromobile sorvola il primo waypoint all'ora fuso 12:00 del 6 maggio e segue l'ortodromia mantenendo una velocità media di 460 kt. Calcolare l'ora fuso relativa all'istante in cui viene sorvolato il secondo waypoint.
[ZT = 18:10 del 05/05/2013]

Svolgimento

1- Ortodromia tra A e B

Visto che si conoscono le coordinate del punto di partenza e di arrivo, si può subito ricavare la distanza ortodromica tra loro con il teorema di Eulero:

$$\Delta\lambda_{AB} = \lambda_B - \lambda_A = -101^\circ 48' - (+151^\circ 54') = 253^\circ 42' 0'' W$$

$$\Delta\lambda_{AB} = 360^\circ - 253^\circ 42' 0'' = 106^\circ 18' 0'' E$$

Quindi, con il teorema di Viète, si calcola la Ri:

$$\cot(90^\circ - \varphi_B) \cdot \sin(90^\circ - \varphi_A) = \cos(90^\circ - \varphi_A) \cdot \cos \Delta\lambda_{AB} + \sin \Delta\lambda_{AB} \cdot \cot R_i$$

$$\sin \Delta\lambda_{AB} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} R_i} = \cot(90^\circ - \varphi_B) \cdot \sin(90^\circ - \varphi_A) - \cos(90^\circ - \varphi_A) \cdot \cos \Delta\lambda_{AB}$$

$$\sin \Delta\lambda_{AB} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} R_i} = \operatorname{tg}(\varphi_B) \cdot \cos(\varphi_A) - \sin(\varphi_A) \cdot \cos \Delta\lambda_{AB}$$

$$\operatorname{tg} R_i = \frac{\sin \Delta\lambda_{AB}}{\operatorname{tg}(\varphi_B) \cdot \cos(\varphi_A) - \sin(\varphi_A) \cdot \cos \Delta\lambda_{AB}} \Rightarrow R_i = N 22^\circ, 6E$$

2- Calcolo delle coordinate del vertice

Visto che il vertice rappresenta quel punto in cui si forma un angolo di 90° tra la rotta ortodromica e il meridiano passante per il punto, oltre ad essere il punto di massima latitudine e di simmetria dell'ortodromia, si può usare il teorema di Nepero per il calcolo delle coordinate.

$$\cos(\Delta\lambda_{AV}) = \cot g(\varphi_V) \cdot \cot g(90^\circ - \varphi_A) = \frac{\operatorname{tg}(\varphi_A)}{\operatorname{tg}(\varphi_V)} \Rightarrow \Delta\lambda_{AV} = 67^\circ 49' 43'' E$$

$$\lambda_V = \lambda_A + \Delta\lambda_{AV} = 151^\circ 54' + (67^\circ 49' 43'') = 219^\circ 43' 43'' E \rightarrow \lambda_V = 360^\circ - 219^\circ 43' 43'' = 140^\circ 16' 17'' W$$

$$\cos(\varphi_V) = \sin(90^\circ - \varphi_A) \cdot \sin(R_i) = \cos(\varphi_A) \cdot \sin(R_i) \Rightarrow \varphi_V = 85^\circ, 453 = 85^\circ 27' 11'' N$$

3- Calcolo delle coordinate dei waypoints

$$\cos(\Delta\lambda_{W1V}) = \cot g(\varphi_V) \cdot \cot g(90^\circ - \varphi_{W1}) = \frac{\operatorname{tg}(\varphi_{W1})}{\operatorname{tg}(\varphi_V)} \Rightarrow \Delta\lambda_{W1V} = 63^\circ 11' 28'' E$$

$$\lambda_{W1} = \lambda_V - \Delta\lambda_{W1V} = 203^\circ 27' 45'' W \rightarrow \lambda_{W1} = 360^\circ - 203^\circ 27' 45'' = 156^\circ 32' 15'' E$$

$$\cos(90^\circ - m_{W1V}) = \sin(90^\circ - \varphi_{W1}) \cdot \sin(\Delta\lambda_{AV}) = \cos(\varphi_{W1}) \cdot \sin(\Delta\lambda_{W1V}) \Rightarrow$$

$$m_{W1V} = \arcsen[\cos(\varphi_{W1}) \cdot \sin(\Delta\lambda_{W1V})] = 8^\circ, 9 \cdot 60 = 535 NM$$

$$\Delta\lambda_{W2V} = \lambda_{W2} - \lambda_V = 0^\circ 16' 17'' E$$

$$\varphi_{W2} = \arctg[\operatorname{tg}(\varphi_V) \cdot \cos(\Delta\lambda_{W2V})] = 85^\circ 27' 10'', 8N$$

$$\cos(90^\circ - m_{W2V}) = \sin(90^\circ - \varphi_{W2}) \cdot \sin(\Delta\lambda_{W2V}) = \cos(\varphi_{W2}) \cdot \sin(\Delta\lambda_{W2V}) \Rightarrow$$

$$m_{W2V} = \arcsen[\cos(\varphi_{W2}) \cdot \sin(\Delta\lambda_{W2V})] = 0^\circ, 02 \cdot 60 = 1 NM$$

$$m_{W1W2} = m_{W1V} - m_{W2V} = 534 NM$$

$$FT = \frac{m_{W1W2}}{GS_m} = \frac{534}{460} = 1^h 10^m$$

4- Calcolo dell'ora fuso di arrivo

$$\lambda_{f_{w1}} = \frac{\lambda_{w1}}{15^\circ} = +10^h$$

$$\lambda_{f_{w2}} = \frac{\lambda_{w2}}{15^\circ} = -9^h$$

$$UT_{PAR} = ZT_{PAR} - \lambda_{f_{w1}} = 02:00 \text{ del } 6/05/2013$$

$$UT_{ARR} = UT_{PAR} + FT = 03:10 \text{ del } 6/05/2013$$

$$ZT_{ARR} = UT_{ARR} + (\pm \lambda_{f_{w2}}) = 18:10 \text{ del } 5/05/2013$$